

**KETERAMPILAN METAKOGNITIF DAN KEMAMPUAN *REVERSIBLE THINKING*
DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIS PADA MATERI
KALKULUS INTEGRAL TAK TENTU**

Anita Febrianti¹, Nurkhofifah Amini², Riska Olivianti³, Ul'fah Hernaeny, M. Pd.⁴

aanita.febrianti15@gmail.com

Program Studi Pendidikan Matematika

¹²³⁴Universitas Indraprasta PGRI Jakarta

Abstrak: Integral tak tentu merupakan materi penyelesaian integral yang pertama dipelajari dalam mata kuliah kalkulus integral. Kalkulus Integral memiliki sifat *reversible*, yang mana peserta didik perlu berpikir kritis dan mengembalikan arah pemikirannya kembali ke titik awal ketika peserta didik mempelajari materi awal kalkulus, yaitu Kalkulus Diferensial. Penelitian ini menggunakan metode penelitian kualitatif (*library research*) dengan mengeksplor beberapa jurnal, buku, dan sumber data dianggap relevan dengan kajian. Berdasarkan hasil pembahasan, dibutuhkan keterampilan metakognitif dan pemikiran terbalik (*reversible thinking*) mempengaruhi literasi matematika dalam kalkulus karena peserta didik perlu memahami, menganalisis, dan memanfaatkan konsep-konsep matematika terkait dengan integral. Literasi matematis dalam kalkulus integral, khususnya dalam materi integral tak tentu, merupakan kemampuan penting karena dalam pemahaman integral tak tentu melibatkan kemampuan untuk mengenali pola-pola dalam fungsi-fungsi matematika, mengaplikasikan aturan-aturan integral, dan menginterpretasikan hasil-hasilnya dalam konteks yang sesuai dengan pola dan aturan.

Kata Kunci: Keterampilan Metakognitif, Berpikir Reversible, Kalkulus Integral Tak Tentu

Abstract: Indefinite integrals are the first integral solving material studied in integral calculus courses. Integral Calculus has a reversible nature, in which students need to think critically and return the direction of their thinking back to the starting point when students study the initial material of calculus, Differential Calculus. This research uses qualitative research methods (*library research*) by exploring several journals, books and data sources considered relevant to the study. Based on the results of the discussion, metacognitive skills and reversible thinking are needed to influence mathematical literacy in calculus because students need to understand, analyze and utilize mathematical concepts related to integrals. Mathematical literacy in integral calculus, especially in indefinite integral material, is an important ability because understanding indefinite integrals involves the ability to recognize patterns in mathematical functions, apply integral rules, and interpret the results in an appropriate context with patterns and rules.

Keywords: Metacognitive Skills, Reversible Thinking, Indefinite Integral Calculus

Article History

Received: Juli 2024

Reviewed: Juli 2024

Published: Juli 2024

Plagiarism Checker No 234

DOI :

10.8734/Trigo.v1i2.365

Copyright : Author

Publish by : Trigonometri



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

PENDAHULUAN

Matematika adalah ilmu yang mempelajari tentang besaran, struktur, bangun ruang, dan perubahan-perubahan yang pada suatu bilangan. Dikenal dengan mata pelajaran yang selalu bertemu dengan angka, tak jarang beberapa siswa yang merasa tak memiliki kemampuan untuk mengikuti pembelajaran matematika memilih untuk menghindarnya. Padahal salah satu

kegiatan yang dapat meningkatkan potensi diri adalah dengan mempelajari matematika. Manusia dikatakan mampu berpikir logis, sistematis, kritis, kreatif, dan membentuk pola pikir menyelesaikan suatu permasalahan dengan baik ketika mempelajari matematika (Hartati et al., 2017). Pengembangan ilmu sains, teknologi, bisnis, atau disiplin ilmu lainnya didasari dari Matematika. Sehingga matematika dikatakan memiliki kedudukan yang penting dalam ilmu pengetahuan (N. F. Siregar & Nasution, 2019).

Kecerdasan bernalar, kemampuan representasi, dan komunikasi matematis antar materi menjadi kesulitan yang biasa dialami oleh peserta didik dalam memecahkan suatu permasalahan matematika (Setiawan, 2019). Peserta didik cenderung tidak mengimplikasikan materi yang telah dipelajari sebelumnya dengan alasan lupa sehingga sulit menemukan solusi karena tidak mampu memahami permasalahan matematika. Hal tersebut disebabkan karena peserta didik tidak melibatkan metakognisinya dengan baik. Metakognisi berperan penting dalam berpikir tingkat tinggi dan melibatkan kontrol aktif selama pembelajaran (Nurdin dan Hartati, 2019).

Pembiasaan dalam proses pembelajaran harus dibiasakan guna memroses pemecahan masalah. Pembiasaan tersebut secara alami akan memunculkan kemampuan mengontrol proses berpikir kritis dalam pemecahan masalah pembelajaran (Maf'ulah & Juniati, 2020). Kemampuan pemecahan masalah memiliki beberapa indikator, diantaranya memahami masalah yang dapat dinilai jika peserta didik mampu memformulasikan permasalahan, menyusun dan menggunakan strategi penyelesaian masalah, dan memeriksa kembali dengan menguji atau mengevaluasi kebenaran jawaban. Pada indikator terakhir tersebut diperlukan kemampuan berpikir mundur atau reversible thinking untuk memeriksa kebenaran jawaban (Sutiarso, 2020).

Kemampuan seseorang dalam mengembalikan arah pemikirannya kembali ke titik awal disebut reversibilitas. Reversible thinking terdiri atas indikator maju dan terbalik, yang mana kemampuan ini sangat dipeflukan ketika memahami konsep matematika yang memiliki sifat reversible (Maf'ulah et al., 2019). Cabang disiplin ilmu seperti geometri, aritmatika, aljabar, trigonometri, statistik, dan kalkulus adalah contoh dari materi matematika yang memiliki sifat saling berkebalikan (*reversible*). Yang mana untuk memahami materi selanjutnya diperlukan pemahaman yang cukup pada materi sebelumnya. Dalam hal ini kemampuan *reversible thinking* berperan penting dalam pembelajaran matematika guna membuat peserta didik mampu berpikir logis dalam dua cara yang dapat dibalik (Balingga et al., 2016).

Penting bagi guru matematika untuk menyesuaikan proses pembelajaran matematika yang lebih menekankan pada proses berpikir siswa ketika menyelesaikan masalah. Dengan demikian, tingkat keterampilan metakognitif yang muncul dari pembiasaan tersebut akan berdampak positif terhadap matematisasi. Proses tersebut juga akan mempengaruhi pengetahuan matematika peserta didik.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan studi literatur (*library research*) dengan cara mencari informasi dengan cara mengeksplorasi, menelaah, dan membaca sumber dari beberapa buku, jurnal atau artikel serta sumber-sumber data dan atau informasi lainnya yang dianggap relevan dengan kajian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Keterampilan Metakognitif

Metakognitif adalah dimana diri sendiri yang mengetahui bagaimana pengetahuan tentang proses berpikir diri, pengendalian diri atau mengenal diri sendiri, serta keyakinan dan feeling kita disebut metakognisi (Setiawan, 2019). Memikirkan gagasan dalam hal ini berkaitan dengan kognisi siswa tentang pemecahan masalahnya. Metakognisi memiliki dua komponen yaitu pengetahuan metakognitif yang berasosiasi dengan pengetahuan yang ringkas dan jelas, pengetahuan metode, dan pengetahuan kontingen manusia analitis pemecahan masalah. Komponen metakognitif lainnya adalah keterampilan metakognitif yang berasosiasi dengan keterampilan pencegahan, keterampilan perencanaan, keterampilan pemantauan, dan keterampilan evaluasi (Sohilah, 2016). Keterampilan metakognitif merupakan kesadaran diri saat menerima informasi, mengambil pilihan dengan mempertimbangkan perencanaan, dan upaya menyimpan atau mengingat informasi kemudian mengevaluasinya. Pembelajaran yang

mencakup keterampilan metakognitif dikatakan dapat meningkatkan kemampuan matematika siswa.

Reversible Thinking

Kemampuan berpikir matematis merupakan salah satu indikator kemampuan memecahkan masalah yaitu *hindsight*. Penalaran matematis reversibel mempunyai dua tahapan yaitu maju dan mundur. Metode alternatif lain dalam menyelesaikan masalah menggunakan kemampuan berpikir matematis yang dapat dibalik. Persoalan matematika yang berbeda terkadang tidak hanya menawarkan satu jalur penanganan, namun kita dapat menyelesaikan permasalahan tersebut dengan cara sebaliknya. Saat belajar matematika, seseorang harus mengembangkan keterampilan berpikir matematis terbalik atau kemampuan berpikir mundur. Karena dalam matematika, tidak hanya operasi-operasi matematika seperti penjumlahan, pengurangan atau perkalian dan pembagian saja yang merupakan invers satu sama lain, namun banyak materi dalam konsep matematika juga bersifat kebalikan atau biasa disebut invers. Supaya peserta didik mampu menyelesaikan permasalahan matematika secara fleksibel tanpa terpaku pada satu metode penyelesaian, maka perlu dilakukan penguatan kemampuan berpikir reversibel. Dengan kemampuan ini siswa mampu memecahkan materi kalkulus tidak hanya dengan satu metode saja tetapi mereka dapat menentukan metode lain yang mereka yakin kan lebih mudah untuk mereka pahami seperti dalam menentukan kalkulus integral itu ada metode substitusi dan integral parsial.

Literasi Matematika

Literasi matematika diartikan sebagai kemampuan merumuskan, menerapkan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai situasi. Ini mencakup penalaran matematis dan penggunaan konsep, prosedur, fakta, dan alat matematika untuk mendeskripsikan, menjelaskan, dan memprediksi fenomena tertentu (Dinni, 2018). Proses matematisasi dimulai dari permasalahan kehidupan sehari-hari, merumuskan masalah menjadi konsep matematika, mengidentifikasi konsep matematika yang relevan, membuat asumsi dan generalisasi, mencari aplikasi dan model masalah, serta mengubah masalah menjadi konsep matematika (Nuraini, 2020). Berdasarkan beberapa interpretasi literasi matematika, dapat dikatakan bahwa literasi matematika sangatlah penting. Oleh karena itu literasi matematika setiap individu harus dikembangkan agar siswa juga mempunyai kemandirian belajar, pemikiran dan metakognisi harus diperkuat agar siswa menjadi pembelajar yang mandiri.

Pengaruh Keterampilan Metakognitif dan Reversible Thinking terhadap Literasi Matematika Materi Kalkulus Integral Tak Tentu

Kalkulus integral merupakan ilmu matematika dari salah satu cabangnya yaitu kalkulus yang mempelajari operasi invers atau kebalikan dari turunan atau diferensial. Artinya sebelum mempelajari kalkulus integral, materi prasyarat yang harus dipelajari yaitu kalkulus diferensial. Dalam kalkulus yang memiliki notasi khusus $\int$ (lambang kalkulus integral) serta diikuti fungsi yang akan diintegrasikan dan differential variabelnya $\int f(x)dx = F(x) + c$ ini memiliki penyelesaian dengan cara mencari fungsi asal dari turunan yang diberikan. Hal tersebut melibatkan proses membalikkan operasi diferensiasi, sehingga dapat ditemukan hubungan antara variabel yang saling terkait secara terbalik, hal ini memungkinkan seseorang untuk melihat dari berbagai sudut pandang dalam menyelesaikan masalah matematika yang rumit. Kaitannya dengan hal tersebut yaitu artinya terdapat konsep kemampuan berpikir kebalikan (*reversible thinking*) dalam kalkulus integral.

Selain itu, kalkulus integral tidak hanya memperdalam pemahaman terhadap matematika, tetapi juga membawa dampak positif untuk kemampuan berpikir metakognitif peserta didik. Melalui pemecahan masalah yang kompleks dalam kalkulus integral, peserta didik diajarkan untuk terbiasa memiliki kesadaran dalam proses berpikir serta memanfaatkan logika secara mendalam, mengasah kemampuan berpikir kritis, sehingga mengembangkan kebiasaan kesadaran berpikir yang kuat. Latihan soal yang intensif dalam kalkulus integral membentuk pola pikir yang logis, sistematis dan kreatif. Dengan demikian, belajar kalkulus tidak hanya tentang menguasai rumus dan konsep, tetapi juga tentang melatih pikiran untuk menjadi lebih

efisien, kritis, dan kreatif dalam menghadapi berbagai permasalahan kognitif dalam kalkulus integral.

Literasi matematis dalam kalkulus integral sendiri merupakan kemampuan untuk memahami, menganalisis, dan mengoperasikan konsep-konsep matematika yang berkaitan dengan integral. Meliputi pemahaman tentang konsep dasar integral, seperti menyelesaikan masalah-masalah yang melibatkan integral, menggunakan integral sebagai alat untuk menghitung luas, volume, atau nilai rata-rata, serta memahami hubungan integral dengan konsep turunan/diferensial dalam kalkulus. Dan juga mencakup kemampuan untuk menganalisis dan mengaplikasikan hasil integral dalam konteks matematika maupun konteks kehidupan sehari-hari serta mengomunikasikan matematika menggunakan notasi matematika dengan tepat yaitu $\int$. Dengan mengembangkan literasi matematis dalam kalkulus integral, peserta didik dapat memperoleh pengetahuan yang menyeluruh terkait konsep-konsep matematika yang melandasi berbagai bidang ilmu kalkulus, serta mempersiapkan diri untuk menyikapi persoalan matematika yang rumit pada waktu mendatang.

Dalam matematika, terdapat beberapa teknik integral yang digunakan untuk berbagai macam aplikasi, termasuk menemukan luas bidang, menentukan volume benda tiga dimensi, menghitung pusat massa. Selain memiliki aplikasi di bidang matematika, integral juga dapat menyelesaikan berbagai di bidang fisika, ekonomi, biologi, dan teknik. Beberapa teknik penyelesaian dalam kalkulus integral yaitu, menggunakan teknik-teknik seperti integral tak tentu, integrasi parsial, integral substitusi, integral trigonometri, dan aplikasi integral tertentu serta aplikasi integral lainnya.

Integral tak tentu merupakan materi penyelesaian integral yang pertama dipelajari dalam mata kuliah kalkulus integral. Integral tak tentu merupakan integral tanpa batas atas dan bawah, hal tersebut menciptakan banyak peluang jawaban hanya dikemukakan sebagai solusi konvensional. Kata tak tentu artinya fungsi F berisi konstanta real acak ditandai dengan huruf c yang melambangkan hasil dari integral tak tentu. Banyaknya kemungkinan yang dihasilkan dalam integral tak tentu menggambarkan salah satu ciri *reversible thinking* yaitu memecahkan masalah dari berbagai sudut pandang.

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \text{ dimana } n \neq -1$$

Gambar 1. Rumus Umum Integral Tak Tentu

Rumus yang sederhana dalam materi integral tak tentu tidak hanya menjadi landasan pembelajaran kalkulus integral, tetapi juga menjadi kunci untuk menumbuhkan rasa suka peserta didik saat mendalami materi kalkulus integral lainnya, karena setiap materi kalkulus integral saling memiliki keterkaitan. Kesederhanaan rumus tersebut memberikan stimulan bagi peserta didik untuk memahami konsep yang kompleks dalam kalkulus integral dan juga membuka pintu minat untuk memahami materi yang lebih dalam secara keseluruhan dengan latihan soal integral tak tentu yang intensif, akan meningkatkan kemampuan berpikir metakognitif peserta didik, karena dengan latihan soal dapat membuka logika secara mendalam, mengasah kemampuan berpikir kritis, sehingga memperkuat kebiasaan kesadaran berpikir (berpikir metakognitif). Literasi matematis dalam kalkulus integral, khususnya dalam materi integral tak tentu, merupakan kemampuan penting karena dalam pemahaman integral tak tentu melibatkan kemampuan untuk mengenali pola-pola dalam fungsi-fungsi matematika, mengaplikasikan aturan-aturan integral, dan menginterpretasikan hasil-hasilnya dalam konteks yang sesuai dengan pola dan aturan.

SIMPULAN

Kalkulus integral tidak hanya memperdalam pemahaman terhadap matematika, tetapi juga membawa dampak positif untuk kemampuan berpikir metakognitif dan kemampuan berpikir reversibel pada peserta didik. Melalui pemecahan masalah yang kompleks dalam kalkulus integral, peserta didik diajarkan untuk terbiasa memiliki kesadaran dalam proses berpikir serta memanfaatkan logika secara mendalam, mengasah kemampuan berpikir kritis, sehingga mengembangkan kebiasaan kesadaran berpikir yang kuat. Latihan soal yang intensif dalam kalkulus integral membentuk pola pikir yang logis, sistematis dan kreatif. Dengan demikian, belajar kalkulus tidak hanya tentang menguasai rumus dan konsep, tetapi juga tentang

melatih pikiran untuk menjadi lebih efisien, kritis, dan kreatif dalam menghadapi berbagai permasalahan kognitif dalam kalkulus integral.

SARAN

Dari temuan yang telah dilakukan, dapat diketahui bahwa mempelajari kalkulus integral khususnya materi integral tak tentu disertai latihan soal yang intensif dapat menumbuhkan daya pikir metakognitif dan reversibel yang sangat penting bagi siswa untuk melatih logika dan penalarannya. Sehingga, siswa diharapkan semakin terdorong untuk belajar kalkulus integral secara menyeluruh dengan diawali materi integral tak tentu. Selain itu, peneliti juga menyarankan agar terdapat penelitian terkait materi lain dalam kalkulus integral dengan memanfaatkan berbagai metode penelitian, untuk meneliti peningkatan kemampuan literasi matematis menggunakan keterampilan metakognitif dan kemampuan *reversible thinking* di materi lain tersebut pada waktu mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- Balingga, E., Prahmana, R. C. I., & Murniati, N. (2016). Analisis Kemampuan Reversibilitas Siswa Mts Kelas VII dalam Menyusun Persamaan Linier. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(2), 1117–1131. <http://jrpm.uinsby.ac.id>.
- Dinni, H. N. (2018). HOTS (High Order Thinking Skills) dan kaitannya dengan kemampuan literasi matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 170-176. DOI: <https://doi.org/10.21274/taalum.2016.4.1.83-100>.
- Falah, M., Pratiwi, Y. (2022). KETERAMPILAN METAKOGNITIF SISWA DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIS. *Sandika Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1).
- Hartati, S., Abdullah, I., & Haji, S. (2017). Pengaruh Kemampuan Pemahaman Konsep, Kemampuan Komunikasi Dan Koneksi Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah. *Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 2(1), 43–72.
- Hernaeny, U., Nurrahmah, A., Indrawati, F., Panggabean, S., Nurhayati, Riaddin, D., Apriyanto, M. T., Setiawan, J., Dodi. (2021). Kalkulus Integral. CV. MEDIA SAINS INDONESIA, 153.
- Ma'ulah, S., Fitriyani, H., Yudianto, E., Fiantika, F. R., & Hariastuti, R. M. (2019). Identifying the reversible thinking skill of students in solving function problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012033>.
- Ma'ulah, S., & Juniati, D. (2020). The effect of learning with reversible problem-solving approach on prospective-math-teacher students' reversible thinking. *International Journal of Instruction*, 13(2), 329–342. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13223a>.
- Nuraini, E. (2020). Analisis proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. *Doctoral dissertation. UIN Sunan Ampel Surabaya*. Diakses dari: <http://digilib.uinsby.ac.id/id/eprint/43921>.
- Nurdin, I., dan Hartati, S. (2019). Metodologi Penelitian Sosial. *Jatinangor: Media Sahabat Cendekia*.
- Ramawati, Aprilia, S., Puspita, D., Anggrain, S., Desniarti. (2024). ANALISIS PEMAHAMAN MATEMATIS KONSEP INTEGRAL SISWA/SISWI KELAS XII MIPA 7 SMAN 13 MEDAN. *ELIPS Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1). DOI: <https://doi.org/10.47650/elips.v5i2.1088>.
- Rihi F., Saija L. M. (2021). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Peserta didik SMP pada Materi Persamaan Garis Lurus Ditinjau Berdasarkan Gender. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*, 9 (2) DOI: <https://doi.org/10.21831/jpms.v9i2.44944>.
- Setiawan, B., & Dores, O. J. (2019). PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERBASIS KETERAMPILAN METAKOGNISI DALAM UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIS MAHASISWA. *JPMI (Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia)*, 4(2), 68-72.
- Siregar, N. F., & Nasution, E. Y. P. (2019, September 28). Pembelajaran Matematika Berbasis Higher Order Thinking Skills. *Prosiding Seminar Nasional Tadris (Pendidikan) Matematika*. <http://prosiding.iaincurup.ac.id/index.php/cacm>.
- Sutiarso, S. (2020). Analysis of Student Reversible Thinking Skills on Graph Concept. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 3(2), 185–195. <https://doi.org/10.24042/ij sme.v3i2.6768>.