

ANALISIS KESALAHAN PENYELESAIAN SOAL INTEGRAL TAK TENTU DALAM PEMBELAJARAN KALKULUS INTEGRAL

Dyah Ayu Nur Aini¹, Fhadila Riski Aryani², Aprillia Intan Nur Cahya³, Ul'fah Hernaeny⁴

^{1,2,3,4} Universitas Indraprasta PGRI

Jln. Raya Tengah No.80, RT.6/RW.1, Gedong, Kec. Ps. Rebo, Kota Jakarta Timur, Daerah Khusus Ibukota Jakarta 13760, Indonesia

Email : dyah2816@gmail.com, fhadillarisky@gmail.com, aprilliaintn25@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan penyelesaian soal integral tak tentu dalam pembelajaran matematika. Penelitian ini merupakan studi kasus, suatu fenomena yang terjadi pada pembelajaran kalkulus integral dengan pusat perhatian terhadap penyelesaian soal integral tak tentu bentuk trigonometri. Metode penelitian melibatkan analisis kritis. Hasil data menunjukkan adanya kesalahan dalam menyelesaikan soal $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx$, karena mengira rumus $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) + c$ sama dengan $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-nx^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{nx}{a} \right) + c$, dimana $n = 1$. Sehingga penyelesaian $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) + c$, diduga benar.

Kata kunci : Analisis, Kalkulus Integral, Integral Tak Tentu, Pembelajaran Matematika

ABSTRACT

This research aims to analyze errors in solving indefinite integral problems in mathematics learning. This research is a case study, a phenomenon that occurs in integral calculus learning with the focus on solving indefinite integral problem in trigonometric form. The research method involves critical analysis. The data results show that there was an error in solving the problem $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx$, because they thought the formula $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) + c$ was the same as $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-nx^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{nx}{a} \right) + c$, where $n = 1$. So the solution $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) + c$ was thought to be correct.

Keywords : Analysis, Integral Calculus, Indefinite Integrals, Mathematics Learning

Article History

Received: Juli 2024

Reviewed: Juli 2024

Published: Juli 2024

Plagiarism Checker No 223

DOI : 10.8734/Trigo.v1i2.365

Copyright : Author

Publish by : Trigonometri



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

PENDAHULUAN

Saat ini kehidupan manusia semakin kompleks, dan perkembangan ilmu pengetahuan serta teknologi semakin maju dan canggih. Sejalan dengan perkembangan tersebut, (Lutfi, 2015) menyatakan bahwa guru dan tenaga kependidikan harus siap menghadapi perkembangan

tersebut. Namun permasalahan yang timbul akibat perkembangan tersebut juga semakin kompleks, tidak dapat dihindari oleh aktivitas manusia di berbagai bidang, dan mempengaruhi kinerja tugas guru. Dalam proses pembelajaran, terkadang pengajar sendiri dapat melakukan kesalahan dalam memahami suatu rumus matematika. Kesalahan ini, meskipun mungkin tidak disengaja, dapat berdampak signifikan pada pemahaman mahasiswa/siswa. Penelitian ini merupakan studi kasus, suatu fenomena yang terjadi pada pembelajaran kalkulus integral dengan pusat perhatian terhadap penyelesaian soal integral tak tentu bentuk trigonometri berikut :

Hitunglah $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100 - 36x^2}} \right) dx$

Penyelesaian :

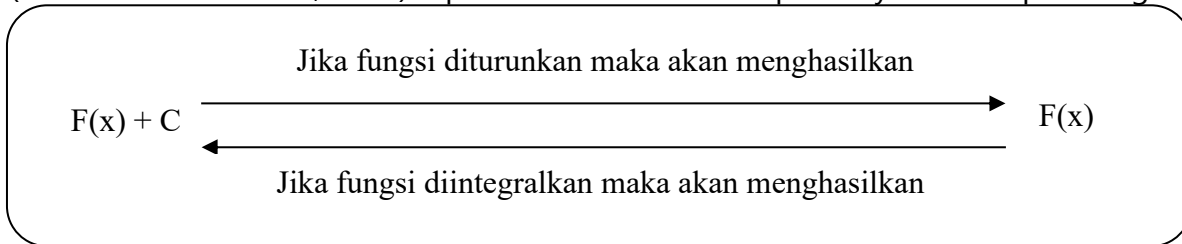
Mengacu pada rumus $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) + c$, maka:

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{1}{\sqrt{100 - 36x^2}} \right) dx &= \int \left(\frac{1}{\sqrt{10^2 + 6x^2}} \right) dx \\ &= \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, penyelesaian tersebut diduga tidak benar. Tujuan penelitian ini adalah untuk menyelidiki apakah penyelesaian kedua soal tersebut benar atau salah. Jika salah, penyelesaian yang benar akan ditentukan. Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai sumber informasi bagi tenaga kependidikan yang berkaitan dengan proses pembelajaran integral.

TINJAUAN PUSTAKA

Integral disebut juga sebagai antidiferensial atau sebagai suatu anti turunan. Artinya adalah aktivitas yang melibatkan integral, akan berdampak kepada pengembalian kepada bentuk asalnya (Zetriuslita & Ariawan, 2022). Apabila diilustrasikan dapat dinyatakan seperti bagan dibawah ini :



➤ Rumus integral tak tentu dari fungsi aljabar :

1. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \text{dimana } n \neq -1$
2. $\int k x^n dx = \frac{k}{n+1} x^{n+1} + c, \text{dimana } n \neq -1$
3. $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx, \text{dimana } k \neq 0$
4. $\int 1 dx = x + c$
5. $\int k dx = kx + c, \text{dimana } k \neq 0$
6. $\int (x^m \pm x^n \pm \dots) dx = \int x^m dx \pm \int x^n dx \pm \dots$

(Hernaeny et al., 2021)

➤ Rumus integral tak tentu dari fungsi trigonometri :

1. $\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$
2. $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$
3. $\int \tan ax dx = \frac{1}{a} \ln | \sec ax | = -\frac{1}{a} \ln | \cos ax | + c$

4. $\int \left(\frac{1}{x^2+a^2} \right) dx = \frac{1}{a} \arctan \left(\frac{x}{a} \right) + c$
5. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) + c$
6. $\int \left(\frac{1}{x\sqrt{x^2-a^2}} \right) dx = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \left(\frac{x}{a} \right) + c$
7. $\int \left(\frac{1}{x^2-a^2} \right) dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$

(Hernaeny et al., 2021)

METODE

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis kritis. Pada prinsipnya ada dua tahap yang ditempuh, yaitu:

1. mengumpulkan serta mempelajari definisi serta sebuah pernyataan terkait dengan penelitian ini
2. Mempertimbangkan apakah solusi terhadap pertanyaan yang dibahas dalam latar belakang penelitian tadi benar atau salah. Jika jawaban pertanyaan tersebut salah, maka dicari jawaban yang benar dari pertanyaan tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

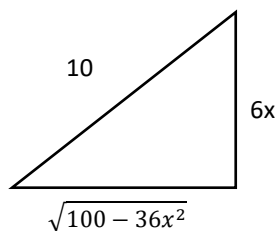
Hasil penyelidikan dari penyelesaian soal tersebut mengungkap suatu kesalahan, karena mengira rumus $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) + c$ sama dengan $\int \left(\frac{1}{\sqrt{a^2-nx^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{nx}{a} \right) + c$, dimana $n = 1$. Sehingga penyelesaian $\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx = \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) + c$, diduga benar. Penyelesaian yang benar adalah dengan melakukan faktorisasi sehingga didapat bentuk fungsi yang sama seperti rumus yang dijadikan acuan. Penyelesaian yang dimaksud adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx &= \int \left(\frac{1}{\sqrt{36 \left(\frac{100}{36} - x^2 \right)}} \right) dx \\
 &= \frac{1}{\sqrt{36}} \int \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{100}{36} - x^2}} \right) dx \\
 &= \frac{1}{6} \int \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{10}{6} \right)^2 - x^2}} \right) dx \\
 &= \frac{1}{6} \arcsin \frac{6x}{10} + c
 \end{aligned}$$

Cara lainnya yaitu menggunakan teknik integral substitusi III sebagai berikut:

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{100-36x^2}} \right) dx$$

Misal :



$$\sin \alpha = \frac{6x}{10}$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right)$$

$$x = \frac{10}{6} \sin \alpha$$

$$dx = \frac{10}{6} \cos \alpha \, d\alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{100 - 36x^2}}{10}$$

$$\sqrt{100 - 36x^2} = 10 \cos \alpha$$

Maka :

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{100 - 36x^2}} \right) dx = \int \frac{1}{10 \cos \alpha} \times \frac{10}{6} \cos \alpha \, d\alpha$$

$$= \int \frac{1 \cos \alpha}{6 \cos \alpha} d\alpha$$

$$= \frac{1}{6} \int d\alpha$$

$$= \frac{1}{6} \alpha + c$$

$$= \frac{1}{6} \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) + c$$

Kekeliruan dari penyelesaian soal di atas kemungkinan disebabkan oleh :

1. Kesibukan sehari-hari yang menyebabkan kurangnya persiapan dalam proses pembelajaran
2. Pemahaman terhadap konsep penyelesaian integral tak tentu yang keliru

KESIMPULAN

1. Kesalahan penyelesaian pada soal disebabkan karena salah memahami konsep rumus yang dijadikan acuan, maka diperoleh penyelesaian yang benar yaitu :

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{100 - 36x^2}} \right) dx = \frac{1}{6} \arcsin \left(\frac{6x}{10} \right) + c$$
2. Sebaiknya para pengajar matematika mempersiapkan materi dengan baik dan teliti sebelum mengajar, sehingga tidak terjadi kesalahan konsep dalam pembelajaran

DAFTAR PUSTAKA

- Hernaeny, U., Nurrahmah, A., Indrawati, F., & dkk. (2021). *Kalkulus Integral*. MEDIA SAINS INDONESIA.
- Lutfi, M. (2015). Pembelajaran Konsep Penyelesaian Integral Tak Tentu. *Jurnal Kreatif Tadulako*, 18(3).
- Marsitin, R., & Sesanti, N. R. (2019). *Dasar-Dasar Kalkulus*. Ediiide Infografika.
- Zetriuslita, & Ariawan, R. (2022). *Buku Ajar Kalkulus Integral*. UIR PRESS Universitas Islam Riau.