TRIGONOMETRI
ISSN 3030-8496

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

MEMAHAMI INTEGRAL PARSIAL SECARA ANALITIS SERTA MEMPERLUAS APLIKASINYA DALAM BERBAGAI KONTEKS MATEMATIKA DAN ILMU YANG TERKAIT

Nazwa Isfalana Idris, Tasya Maria Agustin Marpaung , Ul'fah Hernaeny, M. Pd
Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Indraprasta PGRI
nazwaisfalana24@gmail.com, gisellamarpaung8@gmail.com

ABSTRACT

Partial integrals were developed in the 17th century by mathematicians such as Isaac Barrow and Gottfried Wilhelm Leibniz. Barrow, a pioneer of calculus, introduced the idea of integrals as opposed to differentiation, which helped establish the foundation for partial integrals. Partial integrals have continued to develop and expand over time, with contributions from many renowned mathematicians and research in various fields of mathematics and applied science. This makes it an important tool in modern calculus and mathematical analysis. Partial integrals are one of the important integral techniques in calculus and are often used in conjunction with other integration techniques to solve complex integral problems. Partial integrals are used when integrating the product of two functions that are difficult to integrate directly, such as exponential, trigonometric, or complex polynomial functions. In practice, partial integrals are often used in physics, engineering, and other sciences that require the integration of the product of two functions. Mastering these techniques is important for those working in these fields.

ABSTRAK

Integral parsial dikembangkan pada abad ke-17 oleh matematikawan seperti Isaac Barrow dan Gottfried Wilhelm Leibniz. Barrow, pelopor kalkulus, memperkenalkan ide integral sebagai kebalikan dari diferensiasi, yang membantu membangun fondasi untuk integral parsial. Integral parsial terus berkembang dan diperluas seiring waktu, dengan kontribusi dari banyak matematikawan terkenal dan penelitian dalam berbagai bidang matematika dan ilmu terapan. Ini menjadikannya alat penting dalam kalkulus dan analisis matematika modern. Integral parsial adalah salah satu teknik integral penting dalam kalkulus dan sering digunakan bersama dengan teknik integrasi lainnya untuk menyelesaikan masalah integral kompleks. Integral parsial digunakan saat mengintegrasikan produk dua fungsi yang sulit diintegralkan secara langsung, seperti fungsi eksponensial, trigonometri, atau polinomial yang kompleks. Dalam praktiknya, integral parsialsering digunakan dalam fisika, teknik, dan ilmu lainnya yang memerlukan integrasi dari produk dua fungsi. Menguasai teknik ini penting bagi mereka yang bekerja di bidang-bidang tersebut.

Article History
Received: Juli 2024
Reviewed: Juli 2024
Published: Juli 2024

Plagirism Checker No 223
DOI :
10.8734/Trigo.v1i2.365

PENDAHULUAN

Asal dan usul pengembangan integral parsial dapat ditelusuri kembali ke abad ke-17, terutama dengan kontribusi matematikawan seperti Isaac Barrow dan Gottfried Wilhelm Leibniz. Barrow, seorang matematikawan Inggris, dikenal sebagai salah satu pelopor kalkulus dan konsep integral. Dia memperkenalkan ide integral sebagai kebalikan dari diferensiasi, dan kontribusinya membantu membangun fondasi untuk perkembangan integral parsial.

Namun, perkembangan utama dalam integral parsial terjadi pada masa Leibniz. Leibniz adalah salah satu dari dua orang yang secara independen mengembangkan kalkulus (yang lainnya

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

adalah Isaac Newton). Kontribusi Leibniz pada integral parsial sangat signifikan, termasuk penemuan aturan integral parsial yang dikenal sebagai "metode oleh bagian". Aturan ini memungkinkan integral dari produk dua fungsi dipecah menjadi integral yang lebih sederhana, yang menjadi dasar teknik integral parsial.

Selain itu, kontribusi matematikawan lain seperti Johann Bernoulli dan Leonhard Euler juga membantu memperluas dan mengembangkan konsep integral parsial. Mereka mengaplikasikan integral parsial dalam berbagai konteks matematika dan ilmu terapan, membuktikan kegunaan dan kekuatannya dalam menyelesaikan berbagai masalah integral yang kompleks.

Seiring waktu, konsep integral parsial terus berkembang dan diperluas, dengan kontribusi dari banyak matematikawan terkenal dan penelitian dalam berbagai bidang matematika dan ilmu terapan. Hal ini menjadikan integral parsial sebagai salah satu alat yang sangat penting dalam kalkulus dan analisis matematika modern.

Metode khusus untuk mengintegrasikan fungsi eksponensial melibatkan beberapa teknik, seperti substitusi trigonometri, pembagian parsial, perubahan variabel, dan substitusi umum. Penggunaan teknik ini bervariasi tergantung pada kompleksitas integral yang dihadapi. Integral eksponensial memiliki peran penting dalam matematika karena menjadi fondasi bagi konsep-konsep matematika yang lebih lanjut, digunakan luas dalam berbagai cabang matematika, memiliki aplikasi praktis dalam berbagai disiplin ilmu, dan membentuk basis untuk pengembangan teori matematika yang lebih lanjut.

Studi literatur tentang integral parsial mencakup asal-usul dan pengembangan konsep, definisi dan teorema yang mendasarinya, penerapan dalam pemecahan masalah matematika, hubungan dengan teknik integrasi lainnya, serta generalisasi dan perluasan konsep ini ke berbagai bidang.

Asal usul integral parsial dapat ditelusuri hingga abad ke-17 dengan kontribusi dari matematikawan seperti Isaac Barrow dan Gottfried Wilhelm Leibniz, yang mengembangkan aturan integral parsial yang menjadi dasar teknik integral parsial modern. Kontribusi dari matematikawan lainnya juga membantu mengembangkan dan memperluas konsep ini menjadi salah satu alat penting dalam matematika modern.

METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Studi Kasus dimana dengan menggunakan metodi ini peneliti mampu Mengaplikasikan integral parsial pada berbagai masalah nyata dalam matematika dan ilmu terapan, seperti fisika, teknik,

PEMBAHASAN

Jika suatu permasalahan integral tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus dasar dan sulit menyelesaikannya dengan integral substitusi, maka permasalahan itu harus diselesaikan dengan integral parsial. Purcell dkk mengemukakan (2003 : 452), "Apabila pengintegralan dengan metode substitusi tidak berhasil, dengan menerapkan metode penggunaan ganda, yang lebih dikenal dengan pengintegralan parsial dapat memberikan hasil. Metode ini didasarkan pada pengintegralan rumus turunan hasil kali dua fungsi".

Berdasarkan teori tentang belajar, hasil belajar, matematika dan integral maka dapat disimpulkan bahwa hasil belajar matematika materi pokok teknik pengintegralan adalah suatu penilaian akhir yang akan tersimpan dalam jangka waktu yang lama berupa kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa setelah ia menerima pengalaman belajar integral yaitu mampu menghitung integral substitusi, menghitung integral substitusi trigonometri dan menghitung integral parsial.

Kalkulus memiliki kompleksitas intrinsik dan sering melibatkan proses penyelesaian yang tak terbatas. Oleh karena itu, seseorang akan mengalami kesulitan dan hambatan saat mempelajarinya dan akan melakukan banyak kesalahan saat memecahkan masalah kalkulus. Kesulitan belajar adalah suatu kondisi dimana mahasiswa tidak dapat belajar secara wajar, disebabkan karena ancaman, hambatan, ataupun gangguan dalam belajar [Djamarah, 2008]. Mulyadi (2010) mengatakan bahwa kesulitan belajar adalah kondisi dalam suatu proses belajar yang ditandai adanya hambatan-hambatan tertentu untuk mencapai hasil belajar. Lebih lanjut, Djamarah (2008) mengatakan bahwa salah satu gejala indikator kesulitan belajar adalah

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

mahasiswa menunjukkan hasil belajar yang rendah, dibawah rata-rata nilai yang dicapai oleh kelompok mahasiswa lain dikelas.
Integral parsial adalah teknik dalam kalkulus yang digunakan untuk mengintegrasikan produk dari dua fungsi yang sulit diintegralkan secara langsung. Didefinisikan sebagai berikut:
Jika u dan v adalah fungsi yang dapat diferensialkan dalam interval tertutup [a, b] maka integral dari produk u dan v terhadap variabel x dalam interval tersebut dapat dihitung menggunakan rumus integral parsial:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$$

Dimana U′ (x) dan
v′ (x) adalah turunan pertama dari u (x) dan (v(x) masing-masing
Teorema dasar kalkulus menyediakan dasar matematis untuk teknik integral parsial ini. Hal ini memungkinkan pemecahan integral produk menjadi dua integral yang lebih mudah dihitung. Metode ini sangat berguna dalam menyelesaikan berbagai masalah integral yang melibatkan produk dari dua fungsi yang sulit diintegralkan secara langsung.

Penerapan integral parsial dalam pemecahan masalah integral melibatkan situasi di mana produk dua fungsi sulit diintegralkan secara langsung. Misalnya, ketika mengintegrasikan produk fungsi-fungsi eksponensial, trigonometri, atau fungsi-fungsi polinomial yang kompleks.

Sebagai contoh, kita bisa mempertimbangkan integral:

$$\int x.\, e^x \, dx$$

Dalam kasus ini, kita dapat menggunakan integral parsial dengan menetapkan :
U = x dan v′ = e^x
Kemudian, kita hitung turunan pertama dari u dan integral dari v′ untuk mendapatkan
u′ = 1
v = e^x
Menerapkan rumus integral parsial, kita mengihung integral awal menjadi :
= x. e^x- $\int$ 1. e^xdx
= x.e^x-e^x+ C
Di sinilah integral parsial memainkan peran kunci dalam memecahkan integral produk menjadi bentuk yang lebih sederhana, memungkinkan kita untuk
menemukan solusi akhir. Penerapan ini tidak hanya terbatas pada integral fungsi eksponensial, tetapi juga dapat diterapkan pada integral yang melibatkan fungsi trigonometri, polinomial, dan fungsi-fungsi lainnya, yang menggambarkan kekuatan dan keluwesan teknik integral parsial dalam menyelesaikan berbagai masalah integral.
Integral parsial memiliki hubungan yang penting dengan berbagai teknik integrasi lainnya dalam kalkulus. Beberapa hubungan tersebut antara lain:

1. **Substitusi Trigonometri:** Teknik ini sering digunakan untuk mengubah integral yang melibatkan fungsi trigonometri menjadi bentuk yang lebih mudah diintegralkan. Integral parsial kadang-kadang digunakan bersama dengan substitusi trigonometri untuk menyelesaikan integral yang kompleks.

TRIGONOMETRI
ISSN 3030-8496

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

2. **Metode Substitusi:** Substitusi umum adalah teknik yang digunakan untuk mengubah variabel integral. Terkadang, kombinasi integral parsial dengan metode substitusi dapat mempermudah penyelesaian integral.
3. **Pembagian Parsial:** Pembagian parsial adalah teknik yang mirip dengan integral parsial, tetapi digunakan untuk memecah integral dari hasil kali dua fungsi yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana. Meskipun teknik ini memiliki kesamaan nama dengan integral parsial, keduanya memiliki pendekatan yang berbeda dalam menyelesaikan masalah integral.
4. **Integrasi Numerik:** Ketika integral tidak dapat dipecahkan secara analitis, metode numerik seperti metode trapesium atau metode Simpson digunakan untuk mendekati nilai integral. Integral parsial dapat digunakan untuk membantu dalam mengevaluasi integral dalam beberapa kasus numerik.

Hubungan ini menunjukkan bahwa integral parsial adalah salah satu dari banyak teknik integral yang penting dalam kalkulus, dan seringkali digunakan bersama dengan teknik integrasi lainnya untuk menyelesaikan berbagai masalah integral yang kompleks.

Generalisasi dan perluasan integral parsial melibatkan pengembangan konsep ini ke dalam berbagai konteks matematika yang lebih luas dan kompleks. Beberapa aspek penting dari generalisasi integral parsial adalah sebagai berikut:

1. **Integral Tak Terbatas:** Integral parsial dapat diperluas untuk mengatasi kasus- kasus di mana batas atas dan/atau batas bawah integral tidak terbatas. Dalam konteks ini, pendekatan matematis yang cermat diperlukan untuk menangani konvergensi integral.
2. **Integral Multivariabel:** Konsep integral parsial dapat diperluas ke integral dengan lebih dari satu variabel. Dalam kasus ini, rumus integral parsial mengalami modifikasi untuk mencakup integral ganda atau integral tiga kali lipat, yang memiliki aplikasi luas dalam fisika, teknik, dan ilmu matematika lainnya.
3. **Integral Lebesgue:** Generalisasi integral parsial ke dalam kerangka integral Lebesgue memungkinkan penanganan lebih lanjut terhadap fungsi yang tidak terbatas, fungsi tak hingga, dan ruang fungsi yang lebih abstrak. Integral Lebesgue menjadi alat yang sangat kuat dalam analisis matematis modern.
4. **Integral dalam Ruang Fungsi:** Konsep integral parsial juga dapat diperluas ke dalam ruang fungsi, di mana fungsi-fungsi yang diintegrasikan adalah fungsi-fungsi dari fungsi lainnya. Integral ini memiliki aplikasi dalam teori distribusi, teori peluang, dan analisis harmonik.

Dengan menggeneralisasi dan memperluas konsep integral parsial, matematikawan dapat mengembangkan alat yang lebih kuat untuk memahami dan memecahkan berbagai masalah matematika yang lebih kompleks. Ini juga memperluas cakupan aplikasi integral parsial dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Namun, integral parsial mempunyai kelebihan dan kekurangan, berikut kelebihan dari integral parsial :

Integral parsial adalah metode dalam kalkulus untuk menghitung integral dari produk dua fungsi. Kelebihan dari integral parsial adalah bahwa metode ini memungkinkan kita untuk menghitung integral dari produk dua fungsi yang mungkin sulit untuk diintegrasikan secara langsung.

Misalnya, jika kita memeiliki fungsi u (x) dan v (x), maka integral parsial dari produk kedua fungsi tersebut adalah :

$$v(x)\,dx - \int\left(\frac{du}{dx}\int v(x)dx\right) dx$$

Dengan kata lain, kita memisahkan integral menjadi dua bagian: satu bagian yang melibatkan u(x) dan bagian lainnya yang melibatkan $\frac{du}{dx}$.

Sebagai contoh, jika kita ingin menghitung integral dari x . e^x, kita dapat memisahkan x sebagai u(x) dan e^x sebagai v(x). Dengan menggunakan teknik integral parsial, kita dapat menghitung integral dari x . e^x.

Dalam prakteknya, integral parsial sering digunakan dalam berbagai aplikasi, termasuk dalam

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

fisika, teknik, dan ilmu lainnya yang memerlukan integrasi dari produk dua fungsi. Oleh karena itu, memahami dan menguasai teknik ini sangat penting bagi mereka yang bekerja di bidang-bidang tersebut.
Lalu Integral parsial memiliki beberapa kekurangan, di antaranya adalah:

1. Tidak semua fungsi dapat diintegrasikan dengan metode ini.
2. Metode ini memerlukan pemahaman yang baik tentang turunan dan integral.
3. Metode ini bisa menjadi rumit dan memakan waktu jika fungsi yang diberikan kompleks.
4. Metode ini tidak selalu memberikan hasil yang akurat jika fungsi yang diberikan memiliki banyak titik belok atau memiliki banyak titik kritis.

Integral parsial adalah metode untuk menghitung integral dari produk dua fungsi. Metode ini didasarkan pada aturan perkalian dalam turunan, yaitu $(u*v)' = u'v + uv'$, di mana u dan v adalah fungsi yang diberikan. Namun, metode ini memiliki beberapa kekurangan. Pertama, tidak semua fungsi dapat diintegrasikan dengan metode ini. Kedua, metode ini memerlukan pemahaman yang baik tentang turunan dan integral, yang bisa menjadi kompleks dan membingungkan bagi beberapa orang. Ketiga, metode ini bisa menjadi rumit dan memakan waktu jika fungsi yang diberikan kompleks. Keempat, metode ini tidak selalu memberikan hasil yang akurat jika fungsi yang diberikan memiliki banyak titik belok atau memiliki banyak titik kritis. Oleh karena itu, penting untuk memahami kekurangan ini dan menggunakan metode yang tepat untuk menghitung integral.

KESIMPULAN

Integral parsial adalah metode yang tepat untuk menyelesaikan permasalahan integral yang rumit dengan memanfaatkan penggunaan ganda integral. Kemampuan siswa dalam menghitung integral substitusi, trigonometri, dan parsial mencerminkan hasil belajar mereka dalam teknik pengintegralan, yang merupakan penilaian akhir yang bertahan lama setelah pengalaman belajar integral. Integral parsial memainkan peran kunci dalam menyelesaikan integral produk dengan memecahnya menjadi bentuk yang lebih sederhana, memungkinkan penemuan solusi akhir untuk berbagai jenis integral.

SARAN

Berdasarkan uraian diatas diharapkan dapat membantu siswa untuk memahami materi pembelajaran kalkulus (Integral Parsial). Sehinggga siswa dapat mengatasi kesulitan belajar berdasarkan metode yang telah diuji untuk kemampuan siswa dalam melangsungkan pembelajaran.

Daftar Pustaka

Djamarah, S. B. (2008). Psikologi Belajar. *Jakarta: Rineka Cipta.*
ulyadi. M (2010). Psikologi Pendidikan. Jakarta: *PT Bumi Aksara.*
Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. (2003). Calculus (8th ed.). *New Jersey: Prentice Hall.*
Monariska, E. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa. *Jurnal Analisa 5 (1) (2019)*, 9-19.
Wahyuni., T. (n.d.). METODE PEMBELAJARAN SCAFFOLDING UNTUK MENINGKATKAN .
Sanhadi1, K. C. (2016). PROBLEMATIKA DALAM TEKNIK INTEGRASI .
Universitas Muhammadiyah Surakarta, 12 Maret 2016, 615-622.