TRIGONOMETRI
ISSN 3030-8496

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

IMPLEMENTASI TEKNIK SUBSTITUSI SEDERHANA DALAM PENGINTEGRALAN DAN RELEVANSINYA DALAM PEMECAHAN MASALAH

Nazzua Hilda[1], Echa Purwati[2], Ananda Zulfa[3], Ul'fah Hernaeny M.Pd[4]
Universitas Indraprasta PGRI
hildanazzua@gmail.com, echapurwatii@gmail.com, nanazulfa700@gmail.com

ABSTRAK

Pengintegralan menjadi konsep dasar dalam kalkulus yang seringkali menjadi alternatif untuk menyelesaikan permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Teknik substitusi sederhana melibatkan penggantian variabel dengan nilai yang lebih sederhana. Pada artikel ini membahas tahapan menggunakan teknik substitusi sederhana dalam menyelesaikan masalah pengintegralan dan menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Melalui contoh dan ilustrasi, ditunjukkan bagaimana cara penyelesaian dengan cara substitusi sederhana sehingga dapat menghasilkan jawaban yang baik dan benar serta dapat meningkatkan kemampuan dalam pemecahan masalah. Melalui artikel ini, menjadi jelas bahwa menguasai teknik substitusi sederhana penting untuk meningkatkan keahlian dalam pengintegralan dan mengatasi beragam tantangan matematika secara efektif dalam pemecahan masalah.

Kata Kunci: Teknik pengintegralan, Integral subtitusi sederhana, Implementasi subtitusi sederhana

ABSTRACT

Integration becomes a basic concept in calculus that is often an alternative to solving problems that occur in everyday life. Simple substitution techniques involve replacing variables with simpler values. In this article, it discusses the phases of using simple substitution in solving integration problems and solving problems in everyday life. Through examples and illustrations, it shows how to solve in a simple substitutional way so that it can produce good and correct answers and can improve problem-solving skills.

Keywords: *Integration technique, Simple substitution integral, Simple substitution implementation*

Article History
Received: Juli 2024
Reviewed: Juli 2024
Published: Juli 2024

Plagirism Checker No 223
DOI : 10.8734/Trigo.v1i2.365

PENDAHULUAN

Pengintegralan merupakan salah satu konsep matematika yang sangat penting di berbagai bidang ilmiah. Integral berfungsi untuk menentukan luas daerah di bawah kurva fungsi, serta dalam berbagai aplikasi seperti pemodelan fisika, ekonomi, dan teknik. Dalam menyelesaikan integral yang kompleks, salah satu teknik yang sering digunakan adalah subtitusi sederhana.

Subtitusi sederhana pada integral melibatkan penggantian variabel integral dengan variabel baru untuk menyederhanakan integral tersebut. Teknik ini memungkinkan kita untuk

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

mengubah bentuk integral sehingga lebih mudah dipecahkan. Dengan menggunakan subtitusi sederhana, kita dapat memperluas kemampuan dalam menyelesaikan integral yang sulit dan kompleks.

Langkah pertama dalam menggunakan subtitusi sederhana adalah mengidentifikasi fungsi di dalam integral yang merupakan turunan dari fungsi lain. Misalnya, jika terdapat turunan dari fungsi dalam bentuk $f(x)$, kita dapat menggunakan subtitusi $u = f(x)$ sehingga $du = f'(x)$. Selanjutnya, kita akan menggantikan $f(x)$ dengan u dan dx dengan du dalam integral tersebut.

Setelah menggantikan variabel, kita akan mencari nilai du yang sesuai untuk mengubah integral tersebut ke dalam bentuk yang lebih sederhana. Seringkali, kita perlu melakukan transformasi tambahan, seperti menggunakan identitas trigonometri, untuk menyederhanakan integral tersebut lebih lanjut.

Dalam artikel ini, kita akan mengenal konsep subtitusi sederhana pada integral, bagaimana menerapkannya, dan memberikan beberapa contoh penerapannya dalam berbagai bidang ilmu. Tujuan utama dari artikel ini adalah untuk memberikan pemahaman yang jelas tentang konsep subtitusi sederhana pada integral, serta menunjukkan pentingnya teknik ini dalam menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan integral.

Dengan pemahaman yang baik tentang subtitusi sederhana pada integral, pembaca diharapkan dapat meningkatkan kemampuan dalam menyelesaikan berbagai masalah matematika yang melibatkan integral, serta mengaplikasikan konsep ini dalam bidang ilmu yang relevan. Semoga artikel ini bermanfaat dan dapat menjadi referensi yang berguna dalam memahami konsep integral secara lebih mendalam.

TINJAUAN PUSTAKA

Kalkulus merupakan cabang metematika yang menyelidiki konsep limit, turunan, integral, dan deret serta aplikasinya dalam memahami fenomena alam dan sosial yang kompleks (Tom M. Apostol)

Integral merupakan salah satu konsep yang sangat penting dalam matematika. Hal ini memungkinkan kita untuk menghitung luas daerah di bawah kurva, volume benda putar, serta melakukan berbagai kalkulasi dalam fisika, ekonomi, dan bidang ilmu lainnya. Integral adalah alat yang sangat kuat dalam memahami perubahan dan akumulasi dalam berbagai konteks, dan memiliki aplikasi yang luas dalam pemodelan dan analisis teknik (J.Stewart). Dalam menyelesaikan integral yang kompleks, salah satu teknik yang sering digunakan adalah subtitusi sederhana.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) pengertian dari substitusi merupakan penggantian. Subtitusi sederhana pada integral melibatkan penggantian variabel integral dengan variabel baru untuk menyederhanakan integral tersebut. Teknik ini memungkinkan kita untuk mengubah bentuk integral sehingga lebih mudah dipecahkan. Dengan menggunakan subtitusi sederhana dapat diperluas kemampuan dalam menyelesaikan integral yang sulit dan kompleks.

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

Teknik subtitusi sederhana pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Prancis, Pierre-Simon Laplace, pada abad ke-18. Sejak itu, teknik ini telah menjadi salah satu alat integral yang paling penting dan banyak digunakan dalam berbagai konteks matematika. Teknik integral subtitusi sederhana merupakan suatu cara penyelesaian integral dengan menggunakan suatu permisalan atau perubahan bentuk sederhana yang digunakan ketika suatu fungsi yang diintegralakn tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus dasar integral.

Aplikasi teknik pengintegralan dapat digunakan dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknik, contohnya penggunaan integral untuk menghitung luas permukaan dan volume benda yang kompleks dalam matematika dan fisika. Selain itu, teknik pengintegralan juga dapat digunakan dalam pemodelan masalah fisika, ekonomi, dan rekayasa, serta dalam analisis statistik dan probabilitas (Jon Mathews R. L. Walker).

PEMBAHASAN

Kalkulus merupakan salah satu cabang ilmu yang ada di matematika dan juga mata kuliah yang dipelajari di perguruan tinggi. Kalkulus merupakan suatu cabang matematika yang menyelidiki konsep limit, turunan, integral, dan deret, serta aplikasinya dalam memahami fenomena alam dan sosial yang kompleks (Tom M. Apostol). Kalkulus dibedakan menjadi dua yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus integral, dimana kalkulus tersebut disebut sebagai pintu gerbang dalam menuju pelajaran matematika yang lebih tinggi. Kalkulus dipisahkan menjadi dua, yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus integral, di mana kalkulus dikenal sebagai pintu masuk ke ujian Pelajaran matematika yang lebih tinggi.

Integral adalah proses membalikkan diferensiasi yang digunakan untuk menemukan fungsi asal dari turunan. Integral juga dapat diinterpretasikan sebagai menghitung jumlah akumulasi. Seperti yang mungkin kita ketahui, ada dua macam integral, yaitu integral tertentu dan integral tak tentu. Integral tertentu merupakan suatu hal mendasar yang mempunyai harga batas atas dan harga batas bawah. Sementara itu, integral tak tentu adalah integral yang tidak memiliki batas nilai atas dan batas nilai bawah dan ini biasanya digunakan untuk mendapatkan nilai atau fungsi daerah asal (domain)dari turunan suatu fungsi.

Integral suatu fungsi dapat dikerjakan dengan beberapa teknik. Teknik-teknik yang digunakan bertujuan untuk memudahkan dalam menentukan integral fungsi yang diketahui yang dalam hal ini adalah integran dari bentuk integral yang diberikan. Pada artikel ini akan membahas mengenai teknik integral subtitusi sederhana. Teknik integral subtitusi sederhana merupakan suatu cara penyelesaian integral dengan menggunakan suatu permisalan atau perubahan bentuk sederhana. Ketika suatu fungsi yang diintegralkan tidak dapat diselesaikan dengan rumus dasar integral permisalan atau perubahan bentuk yang sederhana tersebut biasanya dilakukan dengan menurunkan salah satu bagian yang terdapat pada fungsi yang akan diintegralkan. Beberapa tahapan yang harus dilakukan dalam penyelesaian integral dengan menggunakan teknik pengintegralan subtitusi sederhana ini adalah sebagai berikut: (Hernaeny dkk., 2021, hlm. 29)

1. Perhatikan apakah fungsi yang akan diintegralkan tersebut merupakan perkalian suatu fungsi dengan turunannya.

ISSN 3030-8496
Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

2. Jika jawaban nomor 1 adalah iya maka misalkan suatu fungsi yang terdapat dalam fungsi yang akan diintegralkan tersebut sebagai suatu karakter atau huruf, contoh: u v Atau lainnya.
3. Turunkan fungsi yang di misalkan tersebut terhadap x dengan menggunakan notasi lebnis contoh $\frac{du}{dx}$, $\frac{dv}{dx}$,atau lainnya.
4. Nyatakan notasi leibniz tersebut menjadi dx = ….
5. Subtitusikan permisalan dx = ... tersebut ke dalam fungsi awal atau fungsi yang akan diintegralkan.
6. Selesaikan integral tersebut dengan memakai rumus integral yang sesuai.

Implementasi teknik subtitusi sederhana dapat digunakan dalam pemecahan masalah terkait antara lain menentukan kecepatan dan percepatan, serta menentukan gradien garis singgung. Untuk memahami lebih dalam, berikut ini kami paparkan contoh soal terkait penggunaan teknik integral subtitusi sederhana:

1) Tentukan penyelesaian dari $\int 5x\sqrt{5x^2-2}\quad dx$

   Langkah pertama : kita membuat terlebih dahulu permisalan terhadap fungsi yang diintegralkan. Untuk permisalan ambil x yang memiliki pangkat tertinggi.

   Misalkan : $u = 5x^2 - 2$

   Langkah kedua : kita turunkan permisalan tersebut

   Maka $\frac{du}{dx} = 10x \quad atau\ dx = \frac{du}{10x}$

   Langkah ketiga : Subtitusikan permisalan tersebut ke dalam fungsi awal yang kita akan integralkan

   $\int 5x\sqrt{5x^2-2}\ dx$
   $= \int 5x\sqrt{u}\ \frac{du}{10x}$
   $= \int \frac{5x}{10x}\sqrt{u}\, du$
   $= \int \frac{1}{2}u^{1/2}\ du$
   $= \frac{1}{2}\int u^{1/2}\ du$

   Langkah keempat : kita selesaikan integral subtitusi tersebut dengan menggunakan rumus dasar dari integral

   $= \frac{1}{2}\int u^{1/2}\ du$
   $= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\frac{1}{2}+1}u^{\frac{1}{2}+1}\right] + c$
   $= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\frac{3}{2}}u^{\frac{3}{2}}\right] + c$
   $= \frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right] + c$
   $= \frac{1}{3}u^{\frac{3}{2}} + c$

   Langkah kelima : untuk mendapatkan hasil akhir kita subtitusikan kembali permisalan u tersebut menjadi fungsi awal

   $= \frac{1}{3}(5x^2-2)^{\frac{3}{2}} + c\quad atau\ \frac{1}{3}\sqrt{(5x^2-2)^3} + c\ \ atau\ \frac{1}{3}(5x^2-2)\sqrt{(5x^2-2)} + c$

2) Tentukan penyelesaian dari $\int \frac{t}{\sqrt{15-3t^2}}\ dt$

   Langkah pertama : kita membuat terlebih dahulu permisalan terhadap fungsi yang

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

diintegralkan. Untuk permisalan ambil x yang memiliki pangkat tertinggi.
Misalkan : $u = 15 - 3t^2$
Langkah kedua : kita turunkan permisalan tersebut
Maka $\frac{du}{dt} = -6t \quad atau \;\; dt = \frac{du}{-6t}$
Langkah ketiga : Subtitusikan permisalan tersebut ke dalam fungsi awal yang kita akan integralkan
$\int \frac{t}{\sqrt{15-3t^2}}\, dt$
$= \int \frac{t}{\sqrt{u}} \frac{du}{-6t}$
$=\int \frac{t}{-6t\sqrt{u}} du$
$=\int \frac{-1}{6u^{1/2}}\, du$
$= \frac{-1}{6} \int u^{-1/2}\, du$
Langkah keempat : kita selesaikan integral subtitusi tersebut dengan menggunakan rumus dasar dari integral
$= -\frac{1}{6} \int u^{-1/2}\, du$
$= -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{\frac{-1}{2}+1} u^{-\frac{1}{2}+1}\right] + c$
$= -\frac{1}{6}\left[\frac{1}{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}}\right] + c$
$= -\frac{1}{6}\left[\frac{2}{1} u^{\frac{1}{2}}\right] + c$
$= -\frac{1}{6} \times 2\;\; u^{\frac{1}{2}} + c$
$= -\frac{1}{3} u^{1/2} + c$
Langkah kelima : untuk mendapatkan hasil akhir kita subtitusikan kembali permisalan u tersebut menjadi fungsi awal
$= -\frac{1}{3}(15 - 3t^2)^{1/2} + c \quad atau - \frac{1}{3}\sqrt{(15 - 3t^2)} + c$

3) Tentukan penyelesaian dari $\int \frac{4x-8}{\sqrt{4x-x^2}}\, dx$
Langkah pertama : kita membuat terlebih dahulu permisalan terhadap fungsi yang diintegralkan. Untuk permisalan ambil x yang memiliki pangkat tertinggi.
Misalkan : $u = 4x - x^2$
Langkah kedua : kita turunkan permisalan tersebut
Maka $\frac{du}{dx} = \; 4 - 2x \quad atau \;\; dx = \frac{du}{-2x+4}$
Kita dapat mengubah bentuk $4 - 2x$ menjadi $-2x + 4$
Langkah ketiga : Subtitusikan permisalan tersebut ke dalam fungsi awal yang kita akan integralkan
$\int \frac{4x-8}{\sqrt{4x-x^2}}\, dx$
$= \int \frac{4x-8}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{-2x+4}$
$= \int \frac{4x-8}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{-(2x-4)}$
$=\int \frac{2(2x-4)}{-(2x-4)\sqrt{u}} du$
$=\int \frac{2}{-\sqrt{u}}\, du$

Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

$= -2 \int u^{-1/2}\ du$

Langkah keempat : kita selesaikan integral subtitusi tersebut dengan menggunakan rumus dasar dari integral

$= -2 \int u^{-1/2}\ du$

$= -2 \left[\frac{1}{\frac{-1}{2}+1} u^{-\frac{1}{2}+1}\right] + c$

$= -2 \left[\frac{1}{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}}\right] + c$

$= -2 \left[\frac{2}{1} u^{\frac{1}{2}}\right] + c$

$= -2 \times 2\ \ u^{\frac{1}{2}} + c$

$= -4\, u^{1/2} + c$

Langkah kelima : untuk mendapatkan hasil akhir kita subtitusikan kembali permisalan u tersebut menjadi fungsi awal

$= -4\ (4x - x^2)^{1/2} + c \quad atau - 4\sqrt{(4x - x^2)} + c$

4) Sebuah benda bergerak dengan kecepatan yang dinyatakan sebagai fungsi v(t) = $4t(2t^2 - 5)^2 m/s^2$ dengan t dalam sekon. Jika pada saat t = 2 sekon, benda bergerak sejauh 10 meter. Maka jarak yang ditempuh benda setelah 4 sekon adalah…..

Penyelesaian:

Diketahui: v(t) = $4t(2t^2 - 5)^2 m/s^2$

S(2) = 10 m

Ditanya: s(4) : ?

s(t) = $\int v\ (t)\ dt$

s(t) = $\int 4t\ (2t^2 - 5)^2 dt$

Untuk mendapatkan hasil integral dari $4t(2t^2 - 5)^2 m/s^2$ kita dapat menggunakan teknik subtitusi sederhana, berikut langkah-langkahnya:

Langkah pertama : kita membuat terlebih dahulu permisalan terhadap fungsi yang diintegralkan. Untuk permisalan ambil x yang memiliki pangkat tertinggi.

Misalkan : $u = 2t^2 - 5$

Langkah kedua : kita turunkan permisalan tersebut

Maka $\frac{du}{dt} = 4t \quad atau\ \ dt = \frac{du}{4t}$

Langkah ketiga : Subtitusikan permisalan tersebut ke dalam fungsi awal yang kita akan integralkan

$\int 4t(2t^2 - 5)^2\ dx$

$= \int 4t(u)^2\ \frac{du}{4t}$

$= \int \frac{4t}{4t} (u)^2 du$

$= \int 1\, u^2\ du$

$= \int u^2\ du$

Langkah keempat : kita selesaikan integral subtitusi tersebut dengan menggunakan rumus dasar dari integral

$= \int u^2\ du$

$= \left[\frac{1}{2+1} u^{2+1}\right] + c$

ISSN 3030-8496
Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Vol 4 No 1 Tahun 2024.
Prefix DOI : 10.8734/trigo.v1i2.365

= $\left[\frac{1}{3}u^3\right] + c$
= $\frac{1}{3}u^3 + c$
Langkah kelima : untuk mendapatkan hasil akhir kita subtitusikan kembali permisalan u tersebut menjadi fungsi awal
= $\frac{1}{3}(2t^2 - 5)^3 + c$
Maka kita mendapatkan s(t) = $\frac{1}{3}(2t^2 - 5)^3 + c$
Selanjutnya kita mencari nilai c
s(2) = 10 m/s^2
s(2) = $\frac{1}{3}(2(2)^2 - 5)^3 + c$
10 = $\frac{1}{3}(2(2)^2 - 5)^3 + c$
10 = $\frac{1}{3}(2(4) - 5)^3 + c$
10 = $\frac{1}{3}(8 - 5)^3 + c$
10 = $\frac{1}{3}(3)^3 + c$
10 = $\frac{1}{3}(27) + c$
10 = 9 + c
c = 10 – 9
c = 1
Maka kita mendapatkan nilai c adalah 1.
s(t) = $\frac{1}{3}(2t^2 - 5)^3 + 1$
Untuk mencari jarak yang ditempuh setelah 4 sekon, maka kita subtitusikan t = 4 kedalam Persamaan
s(t) = $\frac{1}{3}(2t^2 - 5)^3 + 1$
s(4) = $\frac{1}{3}(2(4)^2 - 5)^3 + 1$
s(4) = $\frac{1}{3}(2(16) - 5)^3 + 1$
s(4) = $\frac{1}{3}(32 - 5)^3 + 1$
s(4) = $\frac{1}{3}(27)^3 + 1$
s(4) = $\frac{1}{3}(19.683) + 1$
s(4) = $6.561 + 1$
s(4) = 6.562

Maka jarak yang ditempuh benda setelah 4 sekon adalah 6.562 m/s^2

KESIMPULAN

Kalkulus adalah salah satu cabang matematika yang mempelajari konsep limit, turunan, integral, dan deret, serta aplikasinya dalam memahami fenomena alam dan sosial yang kompleks. Kalkulus terbagi menjadi dua cabang utama, yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus integral, yang keduanya merupakan dasar untuk mempelajari matematika tingkat lanjut.

Integral adalah proses membalikkan diferensiasi dan dapat diinterpretasikan sebagai menghitung jumlah akumulasi. Integral terbagi menjadi integral tertentu, yang memiliki batas atas dan batas bawah, serta integral tak tentu, yang tidak memiliki batas nilai dan digunakan untuk menemukan fungsi asal dari turunan.

Berbagai teknik pengintegralan, termasuk teknik substitusi sederhana, membantu mempermudah penyelesaian integral dari fungsi yang kompleks. Teknik substitusi sederhana menggunakan permisalan atau perubahan bentuk untuk menyederhanakan fungsi yang akan diintegralkan. Langkah-langkah dalam teknik ini meliputi memeriksa apakah fungsi merupakan perkalian dari suatu fungsi dengan turunannya, membuat permisalan, menurunkan fungsi terhadap variabel, mengubah notasi ke bentuk lain, dan melakukan substitusi.

Penerapan teknik substitusi sederhana sangat berguna dalam berbagai situasi, termasuk menghitung jarak jika kecepatan diketahui. Contoh soal menunjukkan bagaimana teknik ini dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematis.

DAFTAR PUSTAKA

Boas, M. L. (n.d.). *Mathematical Methods in the Physical Sciences*.

Dr. Hj. zetriuslita, S. Pd., M. Si, Rezi Ariawan, S. Pd., M. P. (2022). *Buku Ajar Kalkulus Integral "Berbasis Kemampuan Berpikir Kritis Matematis"* (Hayatun Nu). UIR PRESS Universitas Islam Riau.

Gabriela Purnama Ningsi, Fransiskus Nendi, Emilianus Jehadus, lana Sugiarti, V. suryani K. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Integral Berdasarkan Newman's Error Analysis dan Upaya Pemberian scaffolding. *Cendika: Jurnal Pendidikan Matematika*, *06*. https://doi.org/https://doi.org/10.31004/cendekia.v6i3.1469

Jon Mathews R. L. Walker. (n.d.). *Mathematical Methods Of Physics*.

Kreyszig, E. (n.d.). *Advanced Engineering Mathematics*.

Lang, S. (n.d.). *A First Course in Calculus*.

Purnomo, D. D. (2021). *Kalkulus Integral*. MNC Publishing.

Rahma Siska Utari, A. U. (2020). Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Mengidentifikasi Penyelesaian Soal Integral Tak Tentu dan Tentu. *Jurnal Pendidikan Matematika*, *14*. https://doi.org/https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50

Stewart, J. (n.d.). *Calculus: Early Transcendentals*.

Titin Supriyatin, R. C. M. (2022). PENGARUH EFIKASI DIRI TERHADAP PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA MAHASISWA PADA MATERI INTEGRAL. *Research and Development Journal Of Education*, *8*. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.30998/rdje.v8i2.14059

Tom M. Apostol. (n.d.). *CALCULUS*.

Ul'fah Hernaeny, Arfatin Nurrahmah, Farah Indrawati, Suvriadi Panggabean, Nurhayati, Dinar Riaddin, Rabiudin, M Tohimin Apriyanto, Jan Setiawan, D. (2021). *Kalkulus Integral* (M. P. Suci haryanti (ed.)). CV. MEDIA SAINS INDONESIA.

Venty Meilasari, S.Pd., M.Pd., Ratih Handayani, S.Pd., M. P. (2019). *Kalkulus Integral: Teknik pengintegralan* (M. P. Dr. Sumarno, M.Pd., Dr. (chand) Purna Bayu Mugroho (ed.)). Universitas Muhammadiyah Kotabumi.