

STRATEGI EFEKTIF DALAM MENGGUNAKAN INTEGRAL UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN FUNGSI ALJABAR

Arda Ambarwati¹, Rr. Dinda Bayu Putri², Natasya Karla³ Ul'fah Hernaeny M.Pd⁴
Program Studi Pendidikan Matematika dan Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Indraprasta PGRI, Jakarta

ardaambar628@gmail.com¹, rrdindabayuputri@gmail.com², natasyakarla04@gmail.com³

ABSTRAK

Aljabar merupakan salah satu cabang ilmu yang terdapat pada matematika yang memiliki kesulitan tinggi untuk penyelesaiannya. Oleh karena itu, dibutuhkan strategi dalam penyelesaiannya salah satunya dengan menggunakan Integral. Integral adalah kebalikan dari turunan atau bisa disebut sebagai antiturunan. 1. Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar Sebagai Turunan, 2. Integral Tak Tentu Fungsi Aljabar Dengan Metode Substitusi. Fungsi dari mempelajari integral fungsi aljabar adalah kita dapat menentukan 1. Jika titik singgung dan kemiringan garis singgung tersebut diketahui, tentukan persamaan kurvanya, 2. Menghitung gerak jarak, kecepatan dan percepatan suatu benda, 3. Menentukan fungsi $f(x)$ jika $f'(x)$ dan $f(a)$ diketahui.

ABSTRACT

One area of mathematics that is very challenging to solve is algebra. As such, a method of solving it is required, and one such method is the application of integrals. An integral, sometimes known as an antiderivative, is a derivative's inverse. 1. Indefinite Integrals of Algebraic Functions as Derivatives and 2. Indefinite Integrals of Algebraic Functions Using the Substitution Method will be covered in this article. Studying integral algebraic functions allows us to: 1. If we are aware of the tangent point's and the tangent line's slope, we can find the curve's equation. 2. Calculate the motion of an object's distance, speed, and acceleration. 3. If you know $f'(x)$ and $f(a)$, find the function $f(x)$.

Article History

Received: Juli 2024

Reviewed: Juli 2024

Published: Juli 2024

Plagiarism Checker No 223

DOI :

10.8734/Trigo.v1i2.365

Copyright : Author

Publish by : Trigonometri



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

PENDAHULUAN

Agar peserta didik dapat secara aktif mengembangkan potensi kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, moralitas, ilmu hayat, pengetahuan dan keterampilan umum, serta tuntutan kemasyarakatan, maka pendidikan merupakan upaya mendasar yang terorganisir untuk menciptakan suasana belajar dan proses belajar. Ada banyak bidang ilmu dalam pendidikan, salah satunya adalah matematika. Matematika adalah ratunya ilmu pengetahuan, dan setiap bidang ilmu tentu memerlukan perhitungan matematis. Matematika berasal dari kata Latin "mathematics", yang aslinya berasal dari kata Yunani "mathematice", yang berarti "mempelajari". Menurut para ahli (James dan James 1976),

matematika adalah logika bentuk, tatanan, dan ukuran dari sejumlah besar konsep yang saling terkait dan terbagi menjadi beberapa cabang seperti aljabar, analisis, dan geometri. Strategi mengacu pada keterampilan dan sumber daya yang diperlukan untuk mencapai suatu tujuan melalui langkah-langkah yang dianggap efektif dan efisien untuk mencapai tahapan yang diharapkan.

Efektivitas adalah bagaimana mencapai suatu tujuan dan melaksanakan suatu tugas dengan benar diantara beberapa pilihan dengan cara yang benar. Kalkulus diferensial dan kalkulus integral merupakan dua cabang utama dalam kalkulus, yang dihubungkan dengan teorema dasar kalkulus. Integral merupakan salah satu cabang dari kalkulus. Integral juga mengukur kuantitas atau akumulasi sesuatu dalam suatu area tertentu. Integral juga dibedakan menjadi 2 jenis, yaitu integral tak tentu dan integral tentu saja. Pengertian integral tak tentu adalah suatu jenis integrasi yang hasilnya selalu merupakan fungsi dari suatu variabel tertentu dan selalu mengandung konstanta integrasi. Integral tak tentu tidak mempunyai batas atas dan batas bawah. Sedangkan integral tertentu merupakan salah satu bentuk matematika. Integral mempunyai batas atas dan batas bawah yang jelas. Aljabar merupakan bagian matematika yang mempelajari ilmu bilangan, geometri, dan penyelesaian analitis dengan menggunakan huruf variabel. Sebelum menyelesaikan masalah dengan menggunakan aljabar, masalah tersebut harus diubah terlebih dahulu ke dalam bentuk aljabar, hal ini dilakukan untuk mempermudah penyelesaian masalah. Fungsi aljabar adalah fungsi yang didefinisikan sebagai solusi persamaan aljabar. Selain menggunakan kosakata yang terbatas, ekspresi aljabar juga melibatkan operasi aljabar termasuk penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan menaikkan pangkat pecahan. Persamaan fungsional aljabar adalah persamaan dua ekspresi yang dibuat dengan menerapkan operasi aljabar pada sekelompok variabel. Penggunaan kalkulus integral melibatkan penghitungan $\int f$ dari f , jika suatu fungsi f terdiferensiasi dengan mempertimbangkan interval, maka $\int f$ ditentukan, dengan menggunakan kalkulus integral, luas di bawah kurva juga dapat dihitung

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kepustakaan. Pencarian literatur dilakukan dengan menggunakan database jurnal ilmiah online, yaitu dengan menggunakan Google Scholar. Kata kunci yang digunakan untuk pencarian disertakan "teknik integrasi kalkulus integral" dan "penyelesaian persamaan fungsi aljabar dengan integral." Pemilihan sumber literatur didasarkan pada, relevansi dengan topik penelitian, serta kredibilitas sumber. Setelah menemukan sumber-sumber yang sesuai, data dari setiap sumber literatur, termasuk judul artikel, nama penulis, jurnal atau publikasi tempat artikel diterbitkan, tahun publikasi, dan abstrak, dicatat untuk analisis lebih lanjut. Data dari sumber-sumber literatur yang dipilih kemudian dianalisis secara kritis. Pembacaan artikel dilakukan secara menyeluruh untuk memahami konsep-konsep yang dibahas. Informasi yang ditemukan dari sumber-sumber literatur tersebut kemudian disintesis dan diinterpretasikan untuk mendapatkan pemahaman yang mendalam tentang teknik integrasi dalam kalkulus integral untuk menyelesaikan persamaan fungsi aljabar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam matematika, integrasi merupakan konsep penting yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan, termasuk persamaan fungsi aljabar. Integral tak tentu merupakan integral yang sangat erat kaitannya dengan fungsi aljabar. Penerapan integral tak tentu pada fungsi aljabar dalam kehidupan

1. Buatlah persamaan kurva jika diketahui kemiringan garis singgung dan titik singgungnya
2. Menentukan jarak, kecepatan, dan percepatan gerak suatu benda.

Integral memungkinkan kita menghitung luas di bawah kurva, mencari volume benda yang berputar, dan menyelesaikan berbagai persamaan diferensial. Pada artikel ini, kita akan membahas strategi efektif menggunakan integrasi untuk menyelesaikan persamaan fungsional aljabar.

A. Memahami Konsep Dasar Integral

Dalam matematika, integral merupakan salah satu konsep penting yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan, termasuk persamaan fungsi aljabar. Integral memungkinkan kita untuk menghitung luas daerah di bawah kurva, mencari volume benda putar, dan menyelesaikan berbagai persamaan diferensial. Dalam artikel ini, kita akan membahas strategi efektif dalam menggunakan integral untuk menyelesaikan persamaan fungsi aljabar. Sebelum mendalami strategi dalam menggunakan integral, penting untuk memahami konsep dasar integral terlebih dahulu. Integral merupakan operasi kebalikan dari diferensial atau turunan. Jika turunan memberikan kemiringan garis singgung pada suatu titik pada kurva, maka integral memberikan luas daerah di bawah kurva tersebut.

Integral tentu dan integral tak tentu, dua bentuk itu merupakan cabang integral yang paling umum dan paling sering digunakan. Integral pasti digunakan untuk menghitung luas area di bawah kurva antara dua titik tertentu, sedangkan integral tak tentu digunakan untuk mencari antiturunan suatu fungsi.. Definisi: fungsi F disebut fungsi primitif atau anti turunan dari fungsi f pada selang I, jika $F'(x) = f(x)$, untuk setiap x pada selang I.

$$\text{Notasi} = \int F(x) = Ax \int f(x)dx$$

Untuk lebih memperdalam memahami integral tak tentu fungsi aljabar, perhatikan contoh di bawah ini :

$$\int \frac{1}{x^4} dx = \dots$$

$$\text{Jawab : } \int \frac{1}{x^4} dx = \int x^{-4} dx = \frac{1}{-4+1} x^{-4+1} + c = \frac{-1}{3} x^{-3} + c$$

B. Mengenali Jenis Persamaan Fungsi Aljabar

Dalam menyelesaikan persamaan fungsi aljabar dengan menggunakan integral, langkah pertama yang penting adalah mengenali jenis persamaan yang dihadapi. Ada berbagai jenis persamaan fungsional aljabar yang umum digunakan, dan setiap jenis memerlukan pendekatan berbeda untuk menyelesaikannya.

1. Persamaan pangkat

Persamaan pangkat melibatkan fungsi yang mengandung variabel dengan pangkat tertentu, seperti x^2 , x^3 , atau $x^{1/2}$. Contoh persamaan pangkat adalah $3x^2 - 5x + 2 = 0$. Jenis persamaan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode seperti pemfaktoran, rumus kuadrat, atau bahkan substitusi. Untuk menyelesaikan persamaan pangkat, dapat digunakan beberapa metode seperti :

- a Pemfaktoran: Memfaktorkan persamaan menjadi bentuk $(x - a)(x - b) = 0$, sehingga nilai x dapat ditemukan.
- b Rumus kuadrat: Untuk persamaan kuadrat, dapat digunakan rumus kuadrat $x = \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$
- c Substitusi: Mengganti variabel x dengan $y = x - a$, sehingga persamaan menjadi lebih sederhana.
- d Metode grafik: Menggambar grafik fungsi dan mencari titik potongnya dengan sumbu x .

2. Persamaan Rasional

Persamaan rasional terdiri dari fungsi yang melibatkan pembagian antara dua polinomial, seperti $(2x^2 + x) / (x - 3) = 5$. Untuk menyelesaikan persamaan ini, dapat digunakan teknik seperti menyamakan pembilang dan penyebut, atau mengalikan kedua sisi dengan penyebut. Untuk menyelesaikan persamaan ini, dapat digunakan teknik seperti:

- a Menyamakan pembilang dan penyebut: Mengalikan kedua sisi dengan penyebut, sehingga diperoleh persamaan polinomial yang dapat diselesaikan dengan metode pemfaktoran atau lainnya.
- b Mengalikan dengan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari penyebut: Mengalikan kedua sisi dengan KPK dari penyebut untuk menghilangkan pecahan.
- c Metode grafik: Menggambar grafik fungsi rasional dan mencari titik potongnya dengan sumbu x atau sumbu y .

3. Persamaan Trigonometri

Persamaan trigonometri melibatkan fungsi-fungsi trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen. Contohnya adalah $2\sin(x) - \cos(x) = 1$. Untuk menyelesaikan persamaan ini, dapat digunakan metode seperti identitas trigonometri, substitusi, atau bahkan grafik. Untuk menyelesaikan persamaan ini, dapat digunakan metode seperti:

- a Identitas trigonometri: Menggunakan identitas seperti $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ atau $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$ untuk menyederhanakan persamaan.
- b Substitusi: Mengganti salah satu fungsi trigonometri dengan variabel baru, misalnya $y = \sin(x)$, sehingga persamaan menjadi lebih sederhana.
- c Metode grafik: Menggambar grafik fungsi trigonometri dan mencari titik potongnya dengan sumbu x atau sumbu y .

4. Persamaan Eksponensial dan Logaritma

Persamaan ini melibatkan fungsi eksponensial atau logaritma seperti $2^{x+1} = 8$ dan $\log(x-2) = 3$. Penyelesaiannya melibatkan sifat-sifat eksponen dan logaritma, serta teknik seperti penyamaan basis atau aturan logaritma. Penyelesaiannya melibatkan sifat-sifat eksponen dan logaritma, serta teknik seperti:

- Penyamaan basis: Untuk persamaan eksponensial, mengubah basis menjadi sama dengan cara memisahkan eksponen.
- Aturan logaritma: Untuk persamaan logaritma, menggunakan aturan seperti $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$ atau $\log(a/b) = \log(a) - \log(b)$.
- Penyelesaian langsung: Untuk persamaan sederhana, dapat diselesaikan secara langsung dengan memanipulasi eksponen atau logaritma.
- Metode grafik: Menggambarkan grafik fungsi eksponensial atau logaritma dan mencari titik potongnya dengan sumbu x atau sumbu y.

C. Menggunakan Integral Untuk Menyelesaikan Persamaan Fungsi Aljabar

Dalam matematika, khususnya bidang kalkulus, integral merupakan konsep dasar yang memiliki beberapa penerapan penting. Aplikasi yang sangat berguna adalah menyelesaikan persamaan fungsional aljabar, baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial. Integral merupakan konsep penting dalam analisis yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan fungsional aljabar. Proses ini melibatkan manipulasi kedua sisi persamaan secara terintegrasi untuk sampai pada solusi yang diinginkan. Kita dapat mengikuti langkah-langkah berikut:

- Identifikasi Jenis Persamaan Langkah pertama adalah mengidentifikasi jenis persamaan fungsi aljabar yang akan diselesaikan. Hal ini penting untuk menentukan metode yang tepat dalam menggunakan integral. Beberapa jenis persamaan yang umum dijumpai adalah persamaan rasional, persamaan trigonometri, dan persamaan eksponensial/logaritma
- Memisahkan variable Setelah jenis persamaan diketahui, langkah selanjutnya adalah memisahkan variabel yang akan diintegrasikan. Misalnya, dalam persamaan $y = x^2 + 2x + 1$, variabel yang akan diintegrasikan adalah x. Persamaan tersebut dapat ditulis menjadi $dy/dx = 2x + 2$

Mengintegrasikan kedua ruas persamaan Selanjutnya, kedua sisi persamaan diintegrasikan terhadap variabel yang telah dipisahkan. Dalam contoh di atas, integrasi dilakukan terhadap kedua sisi persamaan $dy/dx = 2x + 2$, sehingga didapatkan:

$$\int dy = \int (2x + 2) dx$$

$$y = \int (2x + 2) dx$$

- Menerapkan Aturan Integral. Pada tahap ini, aturan integral yang sesuai dengan jenis persamaan harus diterapkan. Untuk persamaan rasional, dapat digunakan metode substitusi atau metode parsial (Rahmatika et al., 2019). Untuk persamaan trigonometri, dapat digunakan aturan integral seperti $\int \sin(x) dx = -\cos(x)$ (Wijayanti & Masriyah, 2019). Sedangkan untuk persamaan eksponensial/logaritma, dapat digunakan aturan seperti $\int e^x dx = e^x$.

- d Menentukan konstanta bilangan bulat Setelah menerapkan aturan integrasi, langkah selanjutnya adalah menentukan konstanta bilangan bulat (C) yang benar. Konstanta ini ditentukan dengan menggunakan kondisi awal atau nilai batas yang diketahui.
- e Menyelesaikan Persamaan Dengan konstanta integral yang telah ditemukan, persamaan dapat diselesaikan dengan mensubstitusikan nilai variabel yang diinginkan ke dalam persamaan hasil integrasi.

D. Contoh Penerapan Strategi

Contoh Soal 1: Tentukan integral tak tentu dari fungsi $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$

Langkah Pengerjaannya:

- Tulis fungsi yang akan diintegrasikan, yaitu $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$
- Integrasikan setiap suku pada fungsi tersebut dengan memperhatikan aturan pangkat:

$$\int 3x^2 dx = \frac{3}{3} x^3 = x^3$$

$$\int 2x dx = \frac{2}{2} x^2 = x^2$$

$$\int -5 dx = -5x$$

- Jumlahkan hasil integrasi setiap suku tersebut
- Tambahkan konstanta sembarang C pada akhir perhitungan

Jadi, $\int (3x^2 + 2x - 5) dx = x^3 + x^2 - 5x + c$

Contoh Soal 2: Tentukan integral tak tentu dari fungsi $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x^2+x-2}\right)$

Langkah Pengerjaan:

- Faktorkan penyebut: $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$
- Lakukan pemisalan substitusi:

Misalkan $x - 1 = t$

Maka $dx = dt$

- Substitusikan ke fungsi semula:

$$f(x) = \left(\frac{2(t+1)+1}{(t(t+3))}\right)$$

$$= \frac{2t+3}{t(t+3)}$$

- Pisahkan bentuk rasinya:

$$f(x) = \frac{A}{t} + \frac{B}{t+3}$$

dengan $A = 2$ dan $B = 3$

- Integrasikan setiap sukunya:

$$\int \left(\frac{2}{t}\right) dt = 2 \ln|t| + C1$$

$$\int \frac{3}{t+3} dt = 3 \ln|t+3| + C2$$

- Substitusikan kembali $t = x - 1$

$$\int f(x)dx = 2 \ln|x-1| - 3 \ln|x+2| + C$$

Jadi, integral tak tentu dari $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$ adalah :

$$\int f(x)dx = 2 \ln|x-1| - 3 \ln|x+2| + C$$

Contoh Soal 3:

- Carilah integral dari fungsi $f(x) = \frac{3x^2-5x+2}{x^2-x-2}$

- Langkah Pengerjaan:

- Faktorkan penyebut: $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$

- Gunakan metode pangkat pecahan (partial fraction):

- Misalkan: $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} = \frac{3x^2-5x+2}{(x+1)(x-2)}$

- Kalikan kedua ruas dengan $(x+1)(x-2)$:

$$A(x-2) + B(x+1) = 3x^2 - 5x + 2$$

- Substitusikan nilai $x=2$ dan $x=-1$ untuk mendapat A dan B:

$$A = \frac{3}{2}, B = \frac{1}{2}$$

- Jadi bentuk pangkat pecahannya:

$$\frac{(3x^2-5x+2)}{(x^2-x-2)} = \frac{(\frac{3}{2})}{(x+1)} + \frac{(\frac{1}{2})}{(x-2)}$$

- Integralkan setiap sukunya:

$$\int \frac{(\frac{3}{2})}{(x+1)} dx = \frac{3}{2} \ln|x+1| + C1$$

$$\int \frac{(\frac{1}{2})}{(x-2)} dx = -(\frac{1}{2}) \ln|x-2| + C2$$

Jadi, \int dari $f(x) = \frac{3x^2-5x+2}{x^2-x-2}$ adalah :

$$\int f(x)dx = \frac{3}{2} \ln|x+1| - (\frac{1}{2}) \ln|x-2| + C$$

SIMPULAN

Mempelajari dasar matematika merupakan salah satu upaya untuk memudahkan dalam proses memperdalam ilmu matematika. Karna dengan memahami salah satu ilmu dasar matematika itu akan sangat membantu dalam menyelesaikan permasalahan yang lain, karena pada dasarnya ilmu matematika saling berkaitan satu dengan yang lain. Contohnya pada kasus ini adalah menyelesaikan permasalahan Aljabar dengan menggunakan Kalkulus Integral. Khususnya Integral Tak tentu sangat erat kaitannya dengan Fungsi Aljabar. Untuk menyelesaikan persamaan pangkat, persamaan rasional, persamaan trigonometri dan persamaan eksponen dan logaritma kita bisa menggunakan penyelesaian integral tak tentu.

DAFTAR PUSTAKA

- Nurhidayati, S., Tayeb, T., & Abbas, B. (2017). Pengembangan bahan ajar matematika berbasis masalah untuk memfasilitasi pencapaian kemampuan penalaran pada pokok bahasan perbandingan kelas VII MTsN Model Makassar. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 5(2), 236-250.
- Wijayanti, D., & Masriyah, M. (2019). Penerapan Model Pembelajaran Missouri Mathematics Project (MMP) untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(2), 131-142.
- MOZA, R. (2022). HUBUNGANANTARABERPIKI RKREATIF MATEMATIS, PENALARAN MATEMATIS DAN KEMAMPUAN NUMERIK DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATEMATIKA MODEL PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT (PISA) PADA KO NTENBILANGAN (Doctoral dissertation, UIN RADEN INTAN LAMPUNG).